

Gauge coupling unification and moduli stabilization in $SO(32)$ heterotic string theory

立石卓也(北海道大学 修士2年)

共同研究者: 安倍博之(早稲田大学)

小林達夫(北海道大学)

大塚啓(早稲田大学)

高野恭史(北海道大学)

導入

標準模型は完成したが、素粒子物理学の課題は残っている。

- 重力が含まれていない
- 暗黒物質の候補
- インフラトンの候補
- 暗黒エネルギー
- ニュートリノの質量
- Strong CP問題
- バリオン/反バリオン数非対称
など



標準模型を超えた物理があるはず！

様々な研究：

- どの問題に焦点を当てるか？
- どのようなアプローチで進めるか？

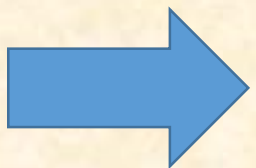
標準模型を超えた物理の一つ

超弦理論：重力を含んだ統一論の候補

超弦理論には無数の真空が存在する。(string landscape)
(理論の自由度がとてつもなく大きい)

無数の真空の中に、
SMを実現するものが含まれていると期待されている。

しかし、SMを完全に再現する真空は
まだ見つかっていない。



本当に存在するか、
具体的に見つきたい。

研究の目的: 超弦理論から標準模型を完全に再現する

完全な再現のために

定性的側面:

ゲージ群: $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

全ての粒子: 表現、カイラルフェルミオン、3世代

定量的側面: (SMのパラメータ)

- 結合定数
- クォークの質量
- クォーク混合角
- CKM位相
- レプトンの質量
- ヒッグスの質量、真空期待値
- Strong CP phase

進捗

定性的側面

✓ ゲージ群: $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

✓ 全ての表現

✓ カイラルフェルミオン

✓ 世代数: 3世代

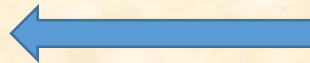
H. Abe, T. Kobayashi, H. Otsuka and Y. Takano,
JHEP **1509** (2015)

定量的側面

✓ ゲージ結合

H. Abe, T. Kobayashi, H. Otsuka, Y. Takano and
T. H. Tatsuishi [hep-th/1507.04127](PTEP)

● モジュライ固定



2016春学会(立石)

● 湯川結合



2016春学会(高野)

概要

$SO(32)$ ヘテロティック弦、磁場のあるトーラスコンパクト化

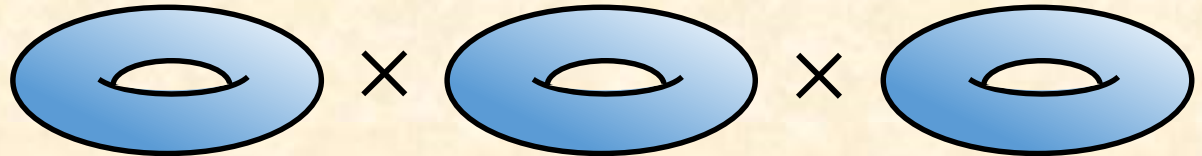
ゲージ群の分解:

$$SO(32) \rightarrow \underbrace{SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y}_{\text{Visible sector}} \times \underbrace{U(1)^{12}}_{\text{Hidden sector}}$$

Visible sector

Hidden sector

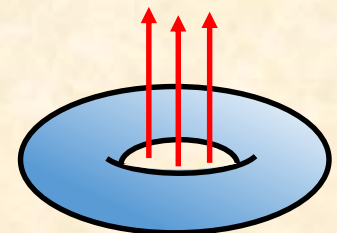
コンパクト化: $10D \rightarrow 4D \times T^2 \times T^2 \times T^2$



トーラス T^i 上には $U(1)_a$ の背景磁場 m_a^i が存在しうる。



理論のパラメータ: m_a^i (36個)



まずは定性的な再現

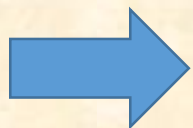
定性的側面

✓ゲージ群: $SO(32) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

- 全ての粒子
- カイラルフェルミオン
- 世代数: 3世代

弦のmasslessモード $SO(32)_{adj} \rightarrow$

$SU(3)$	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	u_R, d_R
	$SU(2)$	$\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, H$
		e_R, ν_R



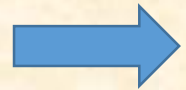
- SMの粒子の表現が全て出てくる
- ハイパーチャージも再現できる

定性的側面

✓ ゲージ群: $SO(32) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

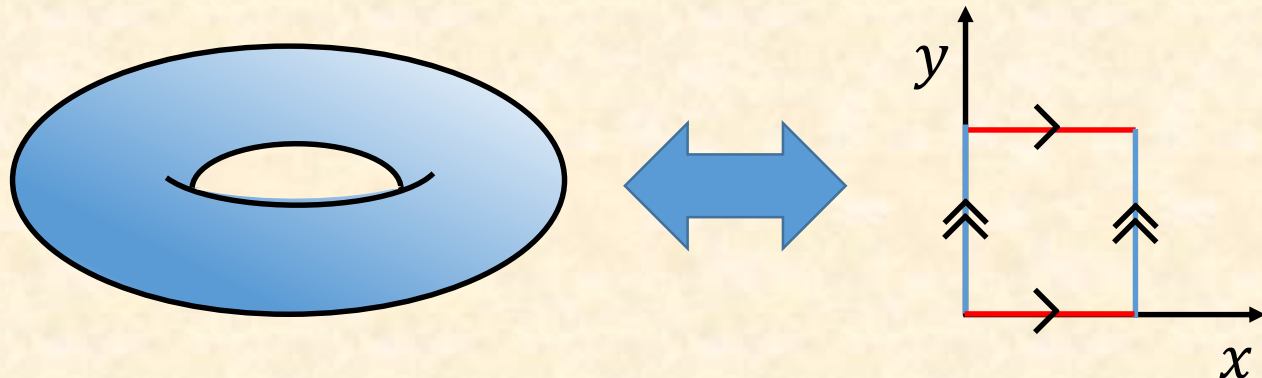
✓ 全ての粒子: $SO(32)_{adj} \rightarrow$ 全て出る

- カイラルフェルミオン
- 世代数: 3世代



カギはトーラス・背景磁場

トーラス上のDirac方程式を解く



- トーラスは2重周期性を持っている

磁場中のDirac方程式:

$$\begin{aligned}(\partial_x - i\partial_y + 2\pi QMx)\psi_+ &= 0 \\(\partial_x + i\partial_y - 2\pi QMx)\psi_- &= 0\end{aligned}$$



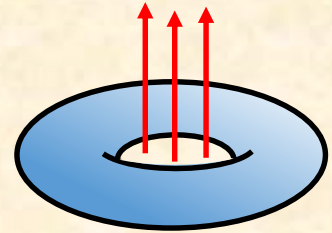
トーラスの2重周期性を反映した解

- ヤコビの楕円関数

M: 背景磁場の強さ

ヤコビの楕円関数 \approx ガウス関数の無限和

$$\psi_+ = \sum_{j=0}^{|QM|-1} A_j \cdot \sum_{l \in \mathbb{Z}} e^{-\pi QM \left(\frac{j}{QM} + l\right)^2} e^{2\pi i QM \left(\frac{j}{QM} + l\right)(x+iy)}$$



$|QM|$ 個の独立な解

ガウス関数

$QM > 0$ のとき解をもつ

	$QM > 0$	$QM < 0$
ψ_+	$ QM $ 世代	×
ψ_-	×	$ QM $ 世代



カイラル
 $|QM|$ 世代

SMの再現

定性的側面

- ✓ ゲージ群: $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
- ✓ 全ての粒子
- ✓ カイラルフェルミオン
- ✓ 世代数: 3世代

できた!

定量的側面

- ✓ ゲージ結合

私の研究

- モジュライ固定
- 湯川結合

ゲージ結合の再現

ゲージ群: $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

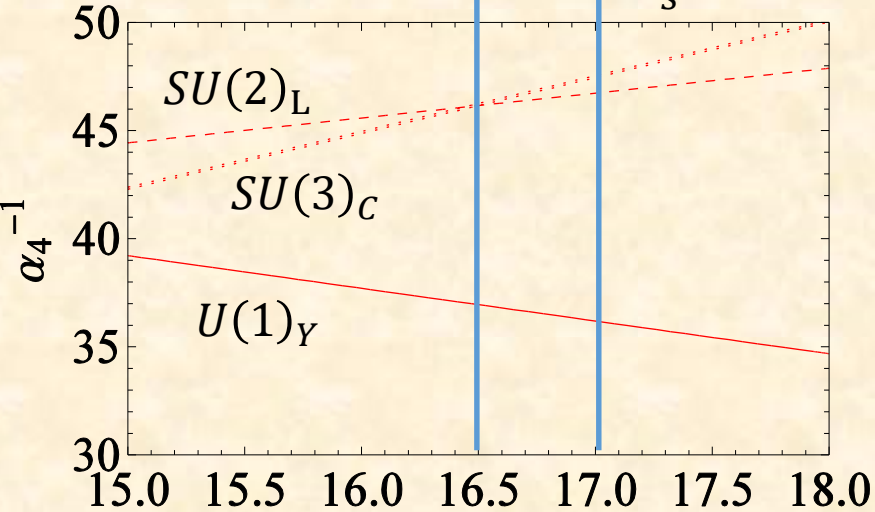
結合定数: g_3, g_2, g_Y

実験値より

$g_2 = g_3$

String scale:

$M_s = 1.0 \times 10^{17}$ [GeV]



Log₁₀ (Q/1 [GeV])
RG flow in the SM (2-loop)

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{g_1^2(M_s)} &\sim 4.80 \\ \frac{g_3^2(M_s)}{g_1^2(M_s)} &\sim 0.763 \\ \frac{g_2^2(M_s)}{g_1^2(M_s)} &\sim 0.775 \end{aligned} \right\}$$

この値を再現する

※ストリングスケールでの g_2, g_3 は
完全には一致していない

- Tree-levelではuniversal couplingのみ
- 1-loop効果で背景磁場に依存したnon-universal coupling
- 1-loop効果はGreen-Schwarz項を用いて計算できる



$$\frac{1}{g_3^2} = \text{Re}\langle S \rangle + \beta_k^3 \text{Re}\langle T_k \rangle$$

$$\frac{1}{g_2^2} = \text{Re}\langle S \rangle + \beta_k^2 \text{Re}\langle T_k \rangle$$

$$\frac{1}{g_Y^2} = A(N) \text{Re}\langle S \rangle$$

1-loop補正

$$\beta_k^3 = \frac{1}{2\pi} d_{ijk} m_2^i m_2^j$$

$$\beta_k^2 = \frac{1}{2\pi} d_{ijk} m_1^i m_1^j$$

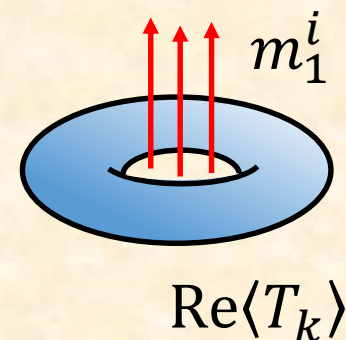
$SU(3)$ と $SU(2)$ では、
背景磁場への依存性が異なる

ゲージ結合を再現するためには、

- ディラトン
 - ケーラーモジュライ
- に条件が課される。

$$T_2 = a_2 T_1 + b_2$$

$$T_3 = a_3 T_1 + b_3$$



モジュライ固定

モジュライ: コンパクト空間の大きさを変える自由度

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{MN}(X) dX^M dX^N \\ &= g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu + \boxed{g_{mn}(x)} dy^m dy^n \end{aligned}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_S \quad \Downarrow \quad T_i, U_i$

- モジュライの自由度が残っていると、重力を変えてしまう

➡ モジュライをmassiveにする

モジュライ固定



ケーラーモジュライの固定

スカラーポテンシャル (SUSY)

$$V = V_F + V_D$$

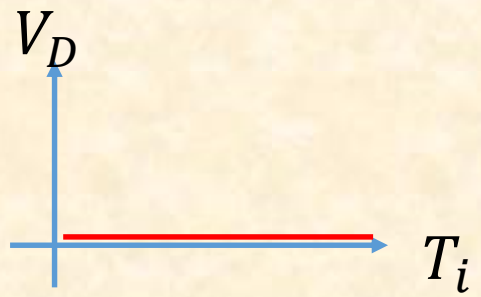
$$V_D = \sum_{a=1}^{13} (D_a)^2$$

$$D_a = q_a |\phi|^2 + \sum_i \frac{m_a^i}{T_i + \bar{T}_i}$$

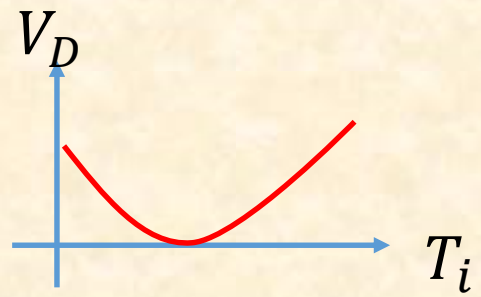
背景磁場

ケーラーモジュライ

背景磁場が存在すれば、ケーラーモジュライは固定される！



背景磁場なし



背景磁場あり

3つのうち
2つのケーラーモジュライ
を固定できる



$$T_2 = A_2 T_1$$

$$T_3 = A_3 T_1$$

しかし、

- ゲージ結合の再現
 - ケーラーモジュライの固定
- の両方を考えると、困難が生じた。

困難

ケーラーモジュライに対する2組の条件

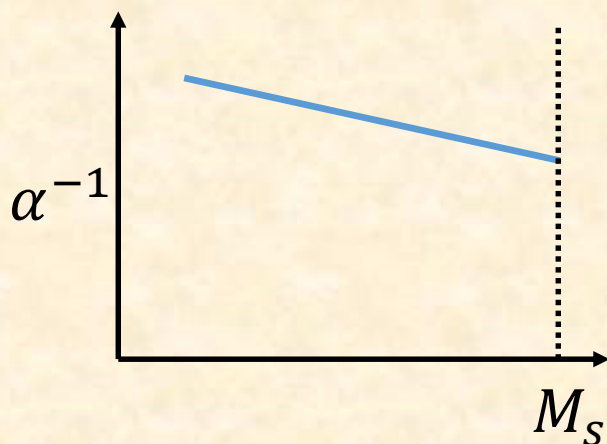
- ゲージ結合の再現より: $T_2 = a_2 T_1 + b_2$
 $T_3 = a_3 T_1 + b_3$
- モジュライ固定より: $T_2 = A_2 T_1$
 $T_3 = A_3 T_1$

一般に、これらの条件は矛盾する。

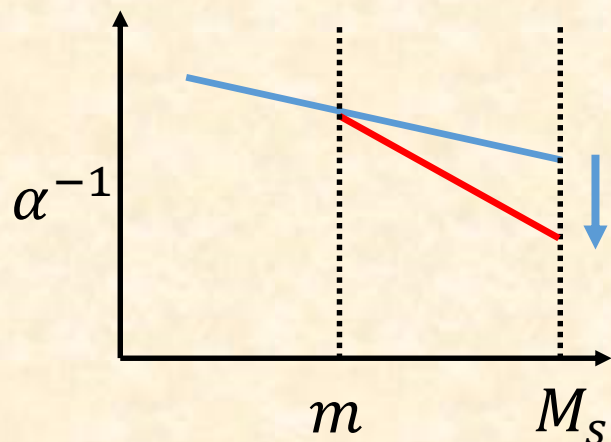
解決策

Vector-likeな粒子の寄与を考慮する

私たちのモデルでは、vector-likeな粒子が多数存在する。



ここまでの解析(ゲージ結合):
vector-likeな粒子の質量は M_S 程度と仮定



Vector-likeな
粒子の寄与

M_S よりも小さな質量の
Vector-like粒子がある場合は
RG-flowが変わる

結果

$m = M_S \times 10^{-1}$ にVector-likeが出てくる場合

背景磁場の入れ方: $\sim 30^6$ 通り(6パラメータ)



✓ ゲージ群、カイラルフェルミオン、3世代

背景磁場: ~ 2000 通り



✓ 結合定数の再現(vector-likeの寄与を含む)
✓ ケーラーモジュライの固定

Vector-likeな組の数	20	25	30	35
背景磁場の入れ方	0	2	2	0

具体的な解析結果

背景磁場の値 Vector-likeの数 モジュライのvev.

No.	$2m_1^i$			$2m_2^i$			$SU(2)$	$SU(3)$	$\langle S \rangle$	$\langle T_1 \rangle$	$\langle T_2 \rangle$	$\langle T_3 \rangle$	Vol(M)
1	-1	3	-1	-7	1	1	10	30	2.93	2.16	1.08	0.43	1.01
2	1	3	-1	-5	1	1	0	30	2.84	1.59	1.59	0.40	1.00
3	5	-1	-1	-1	1	-3	25	10	2.93	1.59	0.40	1.59	1.00
4	7	-1	-1	1	1	-3	25	15	2.93	2.16	0.43	1.08	1.00

まとめ

- $SO(32)$ ヘテロ弦からSMを再現したい
- $SO(32)$ 、トーラス、背景磁場が重要！
- ゲージ結合を再現し、かつケーラーモジュライを固定することができる背景磁場を探索した
- Vector-like粒子の質量がストリングスケールするとき、現実的なモデルは存在しない
- 20-30組程度のvector-like粒子が、ストリングスケールの 10^{-1} に現れる場合には、モデルが存在した

今後の課題

- 残ったモジュライの固定を行う
 - ディラトン: gaugino condensationによるracetrackポテンシャル
 - 残ったケーラー: NS5-brane上でのgaugino condensation
 - 複素構造モジュライの固定方法を研究する
- SMの他のパラメータの再現

Backup

Flux compactification

For example: $SU(3)$

generators:

$$T^a = H_1, H_2, E_{\pm\alpha}, E_{\pm\beta}, E_{\pm(\alpha+\beta)}$$

magnetic flux:

$$F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T^a$$

Gauge transformation

$$\vec{\epsilon} = (\epsilon^1, \dots, \epsilon^8)$$

$$\psi \rightarrow e^{i\epsilon^a T^a} \psi$$

$$F_{\mu\nu}^a \rightarrow F_{\mu\nu}^a + \Delta^a, \quad \Delta^a \equiv -f^{abc} \epsilon^b F_{\mu\nu}^c$$

Magnetic flux with only Cartan directions: ($F_{\mu\nu}^3 = \dots = F_{\mu\nu}^8 = 0$)

$$F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^1 H_1 + F_{\mu\nu}^2 H_2$$

$$\begin{aligned} \rightarrow F_{\mu\nu}^1 H_1 + F_{\mu\nu}^2 H_2 &+ \alpha^a F_{\mu\nu}^a (\epsilon^4 E_\alpha - \epsilon^3 E_{-\alpha}) \\ &+ \beta^a F_{\mu\nu}^a (\epsilon^6 E_\beta - \epsilon^5 E_{-\beta}) \\ &+ (\alpha + \beta)^a F_{\mu\nu}^a (\epsilon^8 E_{(\alpha+\beta)} - \epsilon^7 E_{-(\alpha+\beta)}) \end{aligned}$$

These terms
break
gauge invariance!

Flux compactification

$$F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^1 H_1 + F_{\mu\nu}^2 H_2$$

$$\rightarrow F_{\mu\nu}^1 H_1 + F_{\mu\nu}^2 H_2 + \alpha^a F_{\mu\nu}^a (\epsilon^4 E_\alpha - \epsilon^3 E_{-\alpha}) + \beta^a F_{\mu\nu}^a (\epsilon^6 E_\beta - \epsilon^5 E_{-\beta}) + (\alpha + \beta)^a F_{\mu\nu}^a (\epsilon^8 E_{(\alpha+\beta)} - \epsilon^7 E_{-(\alpha+\beta)})$$

These terms **break** gauge invariance!

For example

$$\alpha^a F_{\mu\nu}^a = 0, \beta^a F_{\mu\nu}^a, (\alpha + \beta)^a F_{\mu\nu}^a \neq 0$$

➔ $F_{\mu\nu}$ is invariant under $\vec{\epsilon} = (\epsilon^1, \epsilon^2, \epsilon^3, \epsilon^4, 0, \dots, 0)$

➔ Generators which don't change the $F_{\mu\nu}$ are H_1 , H_2 , $E_{\pm\alpha}$.

➔ Gauge group : $SU(3) \rightarrow$ $SU(2)$ \times $U(1)$

X
 $E_{\pm\beta}, E_{\pm(\alpha+\beta)}$

Derivation of the SM: The SM particles

We can derive these particles including their hypercharges.

particle	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	3	2	1/6
u_R	3	1	2/3
d_R	3	1	-1/3
$L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	1	2	-1/2
e_R	1	1	-1
ν_R	not exist		
$SU(3)_C$ gaugino	8	1	0
$SU(2)_L$ gaugino	1	3	0
$U(1)_Y$ gaugino	1	1	0
\tilde{H}_u : Higgsino	1	2	1/2
\tilde{H}_d : Higgsino	1	2	-1/2

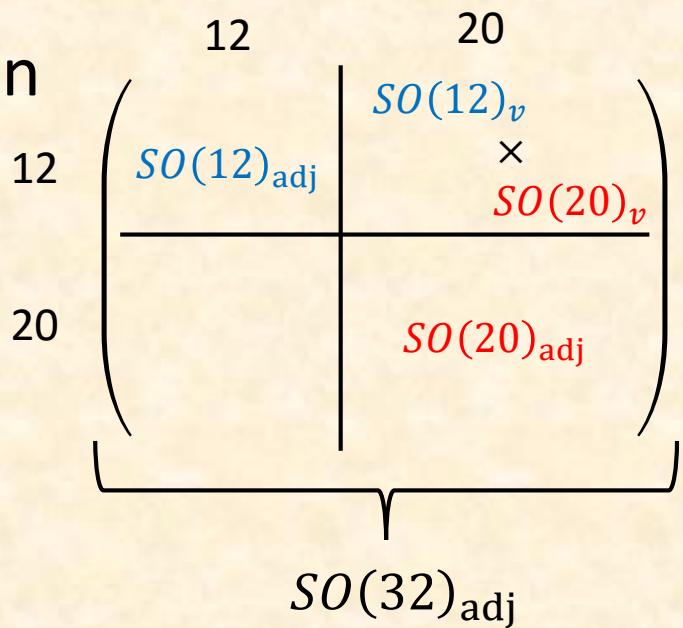
The MSSM fermions

Derivation of the SM: The SM particles

Decomposition of the representation

$$SO(32) \rightarrow SO(12) \otimes SO(20)$$

$$496_{\text{adj}} \rightarrow (66_{\text{adj}}, \mathbf{1}) \oplus (12_v, 20_v) \oplus (1, 190_{\text{adj}})$$



Non-zero weights	\oplus Cartans	\Rightarrow $SO(12) \otimes SO(20)$	Representation
$(\pm 1, \pm 1, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$	16	$SO(32)_{\text{adj}}$	496
$(\pm 1, \pm 1, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$	6	$(66_{\text{adj}}, \mathbf{1})$	66
$(\pm 1, 0, 0, 0, 0, 0; \pm 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$		$(12_v, 20_v)$	240
$(0, 0, 0, 0, 0, 0; \pm 1, \pm 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$	10	$(1, 190_{\text{adj}})$	190

particle	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	3	2	1/6
u_R	3	1	2/3
d_R	3	1	-1/3

Decomposition of representation

$$SO(12) \rightarrow SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)^3$$

Non-zero weights	\oplus Cartans	\Rightarrow Representation	$U(1)_Y$	particle
$(\pm 1, \pm 1, 0, 0, 0, 0)$	6	$SO(12)_{\text{adj}}$: 66 rep.		
$(\underline{1}, \underline{-1}, 0, 0, 0, 0)$	2	$(8, 1)_{0,0,0}$	0	$SU(3)$ gaugino
$(0, 0, 0, 0, \underline{1}, \underline{-1})$	1	$(1, 3)_{0,0,0}$	0	$SU(2)$ gaugino
	3	$(1, 1)_{0,0,0} \times 3$	0	$U(1)$ gaugino $\times 3$
$(\underline{-1}, \underline{-1}, 0, 0, 0, 0)$		$(3, 1)_{0,-2,-2}$	-1/3	d_{R1}
$(\underline{1}, \underline{0}, \underline{0}, 1, 0, 0)$		$(3, 1)_{0,2,-2}$	-1/3	d_{R2}
$(\underline{1}, \underline{0}, \underline{0}, -1, 0, 0)$		$(3, 1)_{0,0,4}$	2/3	u_R
$(\underline{1}, \underline{0}, \underline{0}, 0, \underline{1}, \underline{0})$		$(3, 2)_{1,1,1}$	1/6	Q_1
$(\underline{1}, \underline{0}, \underline{0}, 0, \underline{-1}, \underline{0})$		$(3, 2)_{-1,1,1}$	1/6	Q_2
$(0, 0, 0, 1, \underline{1}, \underline{0})$		$(1, 2)_{1,1,-3}$	-1/2	L_1
$(0, 0, 0, 1, \underline{-1}, \underline{0})$		$(1, 2)_{-1,1,-3}$	-1/2	L_2
$(0, 0, 0, 0, 1, 1)$		$(1, 1)_{2,0,0}$	0	n_1
$(-1) \times (\uparrow)$		$(\circ, \times)_{\Delta, \square, \diamond}$	Y	$\overline{\otimes}$



Non-zero weights	\Rightarrow	Representation	$U(1)_Y$	particle
$(\pm 1, 0, 0, 0, 0, 0; \pm 1, 0, \dots, 0)$		$SO(12)_v \otimes SO(20)_v : \mathbf{12} \times \mathbf{20}$ rep.		
$(1, 0, 0, 0, 0, 0; 1, 0, \dots, 0)$		$(\mathbf{3}, 1)_{0,1,1;1,0,\dots,0}$	$2/3$	u_{R2}
$(-1, 0, 0, 0, 0, 0; -1, 0, \dots, 0)$		$(\bar{\mathbf{3}}, 1)_{0,-1,-1;-1,0,\dots,0}$	$-2/3$	\bar{u}_{R2}
$(1, 0, 0, 0, 0, 0; -1, 0, \dots, 0)$		$(\mathbf{3}, 1)_{0,1,1;-1,0,\dots,0}$	$-1/3$	d_{R3}
$(-1, 0, 0, 0, 0, 0; 1, 0, \dots, 0)$		$(\bar{\mathbf{3}}, 1)_{0,-1,-1;1,0,\dots,0}$	$1/3$	\bar{d}_{R3}
$(0, 0, 0, 1, 0, 0; 1, 0, \dots, 0)$		$(1, 1)_{0,1,-3;1,0,\dots,0}$	0	n_2
$(0, 0, 0, -1, 0, 0; -1, 0, \dots, 0)$		$(1, 1)_{0,-1,3;-1,0,\dots,0}$	0	\bar{n}_2
$(0, 0, 0, 1, 0, 0; -1, 0, \dots, 0)$		$(1, 1)_{0,1,-3;-1,0,\dots,0}$	-1	e_{R1}
$(0, 0, 0, -1, 0, 0; 1, 0, \dots, 0)$		$(1, 1)_{0,-1,3;1,0,\dots,0}$	1	\bar{e}_{R1}
$(0, 0, 0, 0, 1, 0; 1, 0, \dots, 0)$		$(1, 2)_{1,0,0;1,0,\dots,0}$	$1/2$	L_4
$(0, 0, 0, 0, -1, 0; -1, 0, \dots, 0)$		$(1, 2)_{-1,0,0;-1,0,\dots,0}$	$-1/2$	\bar{L}_4
$(0, 0, 0, 0, 1, 0; -1, 0, \dots, 0)$		$(1, 2)_{1,0,0;-1,0,\dots,0}$	$-1/2$	L_3
$(0, 0, 0, 0, -1, 0; 1, 0, \dots, 0)$		$(1, 2)_{-1,0,0;1,0,\dots,0}$	$1/2$	\bar{L}_3

Non-zero weights	\Rightarrow	Representation	$U(1)_Y$	particle
$(0, 0, 0, 0, 0, 0; \pm 1, \pm 1, 0, \dots, 0)$		$SO(20)_{\text{adj}} : \mathbf{190}$ rep.		
$(0, 0, 0, 0; 1, 1, 0, \dots, 0)$		$(\mathbf{3}, 1)_{0,0,0;1,1,0,\dots,0}$	1	\bar{e}_{R2}
$(0, 0, 0, 0; -1, -1, 0, \dots, 0)$		$(\mathbf{3}, 1)_{0,0,0;-1,-1,0,\dots,0}$	-1	e_{R2}
$(0, 0, 0, 0; 1, -1, 0, \dots, 0)$		$(\mathbf{3}, 1)_{0,0,0;1,-1,0,\dots,0}$	0	\bar{n}_3

Derivation of the SM: Chiral structure, generations

Dirac equation $0 = i(\Gamma^M D_M)\lambda = i(\Gamma^\mu D_\mu + \Gamma^m D_m)\lambda$

$4D$ $6D$
 $\Gamma^\mu D_\mu$ $\Gamma^m D_m$

Kaluza-Klein decomposition $\lambda(x^\mu, y^m) = \sum_n \chi_n(x^\mu) \otimes \psi_n(y^m)$

$i(\Gamma^m D_m)\psi_n = m_n \psi_n$



$0 = i(\Gamma^M D_M)\lambda = i \sum_n (\Gamma^\mu D_\mu + \underline{m_n}) \chi_n \otimes \psi_n$

Massive in 4D

Concentrate on zero-mode $\psi_0^{(i)}$ $i(\Gamma^m D_m)\psi_0^{(i)} = 0$

$$\text{Dirac equation: } i\Gamma^m D_m \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0$$



$$(\partial_x - i\partial_y + 2\pi QMx)\psi_+ = 0$$

$$(\partial_x + i\partial_y - 2\pi QMx)\psi_- = 0$$

Boundary condition

$$\psi(x+1, y) = e^{2\pi i QMy} \psi(x, y)$$

$$\psi(x, y+1) = \psi(x, y)$$

Exact solutions can be expressed using **theta function**.

Theta function $\left\{ \begin{array}{l} \text{Doubly periodic function} \\ \text{Roughly speaking, infinite sum of Gauss functions.} \end{array} \right.$

If no ∂_y

In the case of $QM > 0$

$$\partial_x \psi_+ = (-2\pi QMx)\psi_+ \Rightarrow \psi_+ = e^{-\pi QMx^2}$$

Normalizable

$$\partial_x \psi_- = (+2\pi QMx)\psi_- \Rightarrow \psi_- = e^{+\pi QMx^2}$$

Non-normalizable

Derivation of the SM:

Chiral structure, generations

$$\psi_+ = \sum_{j=0}^{|QM|-1} N_j \cdot e^{i\pi QM(x+iy)x} \cdot \vartheta \left[\begin{matrix} j \\ QM \end{matrix} \right] (QM(x+y), iQM)$$

$$\vartheta \left[\begin{matrix} j \\ QM \end{matrix} \right] (QM(x+y), iQM)$$

$$= \sum_{l \in \mathbb{Z}} \underline{e^{-\pi QM \left(\frac{j}{QM} + l\right)^2}} e^{2\pi i QM \left(\frac{j}{QM} + l\right)(x+iy)}$$



$|QM|$ independent functions

Non-normalizable

	$QM > 0$	$QM < 0$
ψ_+	$ QM $ generations	X
ψ_-	X	$ QM $ generations



Chiral and $|QM|$ generations

String scale

l_S : length of string

$$l_S = \frac{1}{M_S} = 2\pi\sqrt{\alpha'}$$

$$S = \int d^{10}x \sqrt{-g} e^{-2\phi} \left[\frac{1}{(2\pi)^7 (\alpha')^4} R_{10} + \frac{1}{2(2\pi)^7 (\alpha')^3} F^{MN} F_{MN} \right]$$



$$= \int d^4x \sqrt{-g} e^{-2\phi} V \left[\frac{1}{(2\pi)^7 (\alpha')^4} R_4 + \frac{1}{2(2\pi)^7 (\alpha')^3} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\text{Pl}}^2 = \frac{V}{(2\pi)^7 (\alpha')^4} e^{-2\phi} \\ \frac{2}{g_4^2} = \frac{V}{2(2\pi)^7 (\alpha')^3} e^{-2\phi} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} 4g_4^2 M_{\text{Pl}}^2 = \frac{1}{\alpha'} = (2\pi)^2 M_S^2 \\ M_S^2 = \frac{M_{\text{Pl}}^2}{4\pi\alpha^{-1}} \sim 1.4 \times 10^{17} [\text{GeV}] \end{array}$$

$$M_{\text{Pl}} = 2.4 \times 10^{18} [\text{GeV}]$$
$$\alpha_4^{-1} = 25$$

Reduced Planck mass
For the MSSM

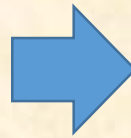
Gauge couplings

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_{EM}}{1 - \sin^2 \theta_W}$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_{EM}}{\sin^2 \theta_W}$$

Particle Data Group:

$$\alpha_{EM}(M_Z) = \frac{1}{128}$$
$$\sin^2 \theta_W(M_Z) = 0.231$$
$$\alpha_3(M_Z) = 0.1185$$



$$\alpha_1^{-1}(M_Z) = 98.4$$
$$\alpha_2^{-1}(M_Z) = 29.6$$
$$\alpha_3^{-1}(M_Z) = 8.44$$

Universal gauge couplings

10次元の作用 (tree-level) (10D heterotic SUGRA)

$$S_{\text{bos}} = -\frac{1}{2g_{10\text{D}}^2} \int e^{-2\phi} \text{tr}(F \wedge * F) + \dots$$

(F : $SO(32)$ の field strength) ϕ : dilaton

Dimensional reduction

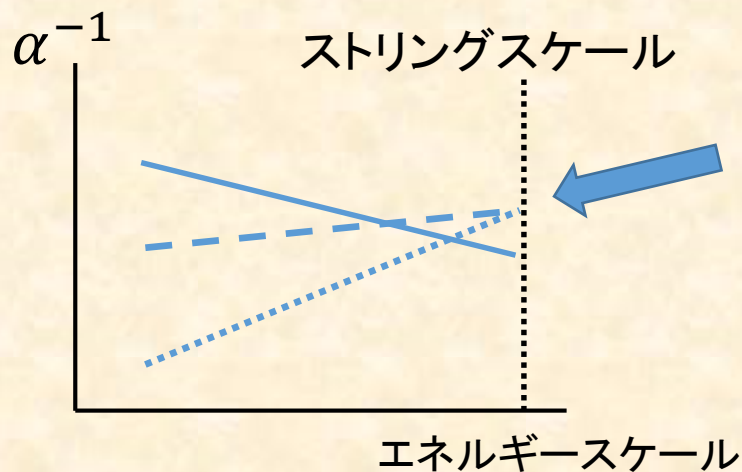
$$= \boxed{-\frac{\text{Vol}(M)}{4g_{10\text{D}}^2} e^{-2\langle\phi\rangle} \int d^4x F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \dots}$$

($\mu, \nu = 0, 1, \dots, 3$)

$$\frac{1}{g_{4\text{D}}^2} = \frac{\text{Vol}(M)}{g_{10\text{D}}^2} e^{-2\langle\phi\rangle} = \text{Re}\langle S \rangle$$

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}|_{SU(3)} + F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}|_{SU(2)} + \dots$$

$$\Rightarrow \frac{1}{g_{SU(3)}^2(M_s)} = \frac{1}{g_{SU(2)}^2(M_s)} = \frac{1}{g_{4D}^2(M_s)} = \langle \text{Re } S \rangle$$



ストリングスケールで
 $SU(3), SU(2)$ のゲージ結合が一致する

Universal gauge couplings

現実的なモデルのためには、non-universalな補正が必要

Non-universal gauge couplings

Gauge kinetic function $f(\Phi)$

$$f(\Phi) = A(\phi^{\text{Re}} + i\phi^{\text{Im}}) + \dots$$

$$\mathcal{L} \supset \int d^2\theta f(\Phi) W^a W^a + h.c$$

$$\rightarrow -\frac{1}{4} \boxed{A\phi^{\text{Re}}} F_{MN} F^{MN} + \frac{1}{8} \boxed{A\phi^{\text{Im}}} F_{MN} \tilde{F}^{MN}$$

$F_{MN} \tilde{F}^{MN}$ の係数より、 $F_{MN} F^{MN}$ の係数が分かる



$F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$ への1-loop補正を求め、 $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ への補正を読み取る

Green-Schwarz term (1-loop effect)

$$S_{\text{GS}} = \frac{1}{24(2\pi)^2 \alpha'} \int B^{(2)} \wedge X_8$$

$B^{(2)}$: Kalb-Ramond field
 F : $SO(32)$ の field strength

$$X_8 = \frac{1}{24} \text{Tr} F^4 - \frac{1}{7200} (\text{Tr} F^2)^2 - \frac{1}{240} (\text{Tr} F^2)(\text{tr} R^2) + \frac{1}{8} \text{tr} R^4 + \frac{1}{32} (\text{tr} R^2)^2$$

Dimensional reduction

$$\left(\frac{1}{2\pi} d_{ijk} m_2^i m_2^j \right) b_k F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \Big|_{SU(3)} + \left(\frac{1}{2\pi} d_{ijk} m_1^i m_1^j \right) b_k F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \Big|_{SU(2)} + \dots$$

m_a^i : i 番目のトーラス上の field strength

$T_k = t_k + i b_k$: k 番目のトーラスの kähler moduli

d_{ijk} : intersection number

Gauge kinetic function $f_{SU(3)}, f_{SU(2)}, f_{U(1)_Y}$

$$\text{Im}(f_{SU(3)}) \Big|_{1\text{-loop}} = \left(\frac{1}{2\pi} d_{ijk} m_2^i m_2^j \right) \underline{b_k}$$



$$T_k = t_k + i b_k : \text{kähler moduli}$$

$$f_{SU(3)} = S + \beta_k^3 T_k$$

1-loop補正

$$f_{SU(2)} = S + \beta_k^2 T_k$$

$$f_{U(1)_Y} = A(N)S$$

Massless条件より、
loop補正なし

$$\beta_k^3 = \frac{1}{2\pi} d_{ijk} m_2^i m_2^j$$
$$\beta_k^2 = \frac{1}{2\pi} d_{ijk} m_1^i m_1^j$$

$SU(3)$ と $SU(2)$ では、
背景磁場への依存性が異なる



$$\frac{1}{g_3^2} = \langle \text{Re } f_{SU(3)} \rangle = \text{Re}\langle S \rangle + \beta_k^3 \text{Re}\langle T_k \rangle$$

$$\frac{1}{g_2^2} = \langle \text{Re } f_{SU(2)} \rangle = \text{Re}\langle S \rangle + \beta_k^2 \text{Re}\langle T_k \rangle$$

$$\frac{1}{g_Y^2} = \langle \text{Re } f_{U(1)_Y} \rangle = A(N) \text{Re}\langle S \rangle$$

$A(N)$: 規格化定数
モデルに依存

Non-universal gauge couplings

補足

$$S_{\text{GS}} = \frac{1}{24(2\pi)^2\alpha'} \int B^{(2)} \wedge X_8$$

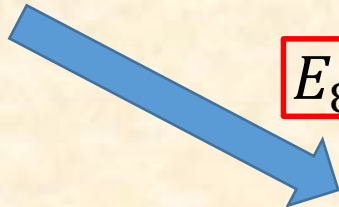
$$X_8 = \frac{1}{24} \boxed{\text{Tr}F^4} - \frac{1}{7200} (\text{Tr}F^2)^2 + \dots$$

$\boxed{SO(32)}$



Non-universalな補正

$\boxed{E_8 \times E_8}$



$\text{Tr}F^4 = \frac{1}{100} (\text{Tr}F^2)^2$ となるので、
non-universalな補正は出ない

$$\frac{1}{g_3^2(M_s)} = \langle \text{Re } f_{SU(3)} \rangle = \text{Re}\langle S \rangle + \beta_k^3 \text{Re}\langle T_k \rangle$$

$$\frac{1}{g_2^2(M_s)} = \langle \text{Re } f_{SU(2)} \rangle = \text{Re}\langle S \rangle + \beta_k^2 \text{Re}\langle T_k \rangle$$

$$\frac{1}{g_1^2(M_s)} = \langle \text{Re } f_{U(1)_Y} \rangle = A(N) \times \text{Re}\langle S \rangle$$



実験値より

$$\frac{1}{g_1^2(M_s)} = A(N) \times \langle S \rangle \sim 2.44$$

$$\frac{g_3^2(M_s)}{g_1^2(M_s)} = \frac{A(N)\langle S \rangle}{\langle S \rangle + \beta_3^k \langle T_k \rangle} \sim 1.468$$

$$\frac{g_2^2(M_s)}{g_1^2(M_s)} = \frac{A(N)\langle S \rangle}{\langle S \rangle + \beta_2^k \langle T_k \rangle} \sim 1.573$$

(全て実部をとっている)



$$\langle S \rangle = \frac{2.44}{A(N)}$$

$$\beta_3^k \langle T_k \rangle = \left(\frac{A(N)}{1.468} - 1 \right) \langle S \rangle$$

$$\beta_2^k \langle T_k \rangle = \left(\frac{A(N)}{1.573} - 1 \right) \langle S \rangle$$

3つのmoduli T_1, T_2, T_3
2つの拘束条件

これらの値を再現するような
 $\langle t_k \rangle = \text{Re}\langle T_k \rangle$ を求める。

結果

$m = M_S \times 10^{-1}$ にVector-likeが出てくる場合に

- ゲージ結合を再現する
- ケーラーモジュライを固定することのできる背景磁場の入れ方

Vector-likeな組の数	20	25	30	35
背景磁場の入れ方	0	2	2	0

Vector-like	5	10	15	20	25	30	35	40	45
SM	0	3	3	0	6	3	7	3	3
MSSM	0	0	0	0	2	2	0	0	0

ケーラーモジュライの固定

背景磁場が存在する場合:

ケーラーポテンシャル

$$K = -\ln(S + \bar{S}) - \sum_{i=1}^3 \ln \left(T_i + \bar{T}_i - \sum_a m_a^i V_a \right)$$

Hidden $U(1)$ に関する
ゲージ不変性より

スカラーポテンシャル (SUSY)

$$V = V_F + V_D$$

$$V_D = \sum_{a=1}^{13} (D_a)^2$$

$$D_a = q_a |\phi|^2 + \sum_i \frac{m_a^i}{T_i + \bar{T}_i}$$

背景磁場
ケーラーモジュライ