場の理論を超えた自然性問題解決へのアプローチ

京都大学素粒子論
D2 川名 清晴
共同研究者: 川合 光、濱田 雄太

based on PTEP. 2015, 123B03
(arXiv:1509.05955)

Motivation

- 自然には標準模型では解決が難しい問題が数多く存在

$$\rho_{\mathrm{cri}} \sim \mathcal{O}((10^{-3}\mathrm{eV})^4) \ll M_{pl}^4$$

$$m_B^2 + \Lambda^2 = \mathcal{O}(100\mathrm{GeV})$$

$$|\theta_{CP}| \ll 10^{-9}$$

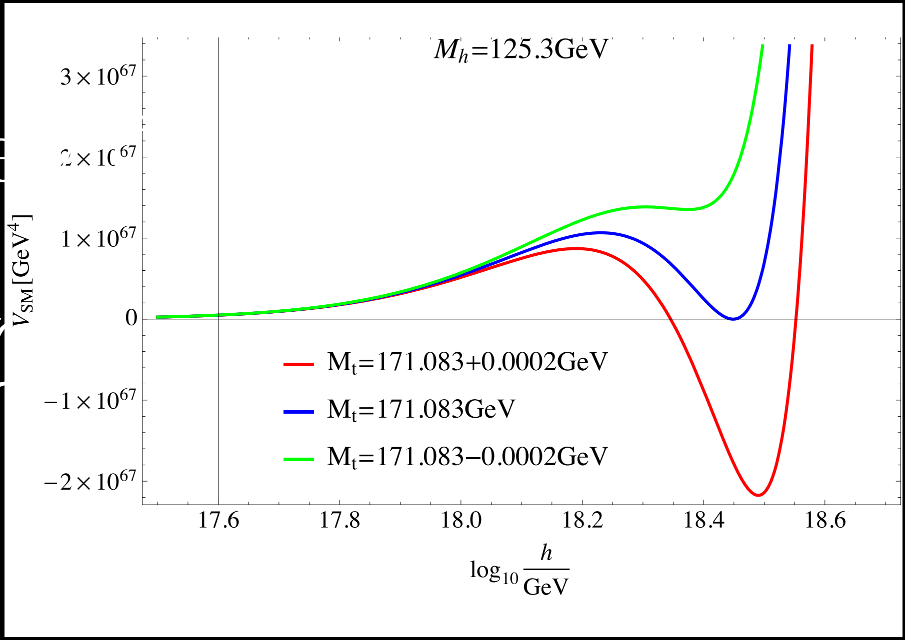
Motivation

・ 自然には標準模型では解決が難しい問題が数多く存在

$$\rho_{\rm cri} \sim \mathcal{O}((10^{-3}\mathrm{e}$$

$$m_B^2 + \Lambda^2 = \mathcal{O}$$

$$|\theta_{CP}| \ll$$



parameter sensitivity of Higgs potential

・・・etc

これらは何を意味するか？

①新しい対称性？(一番素朴な考え方)

超対称性、PQ対称性、Conformal対称性、･･･

②場の理論の範疇を超えた物理？

(super)string、baby universe、Non-local、･･･

という訳で

今日の話は、②の立場でFine-tuning のメカニズムを

場の理論 ＋ α

という枠組みの中で作ってみました。

＊突っ込みどころ満載ですが、面白そうだと感じて頂ければ幸いです。

基本的なアイデア

$$\lim_{V\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} dx\, f(x)e^{ig(x)V}$$

f(x)及びg(x)は滑らかな関数で、g(x)はある1点
x_0で $g'(x_0)=0$ を満たす (鞍点)

$$\sim \frac{1}{\sqrt{V}}f(x_0)e^{ig(x_0)V}$$

教訓: V→∞では積分は鞍点(ある1点)で支配される

よく知っている例: 古典極限 (ħ → 0)

$$\langle x_f | e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} | x_i \rangle = \int_{x_i}^{x_f} \mathcal{D}x e^{iS/\hbar}$$

$$\sim e^{iS_{cl}/\hbar}$$

S_{cl} : classical action

◎我々の着眼点◎
場の理論のパラメータに対しても、似たような事が起きているのでは?

つまり、何かパラメータの積分

$$Z = \int d\lambda f(\lambda) e^{iVg(\lambda)}$$

で与えられる基本的な量があって、積分の支配的な点が観測値に対応

Q: 基本的な量とは？

いろんな可能性があると思いますが、

我々は分配関数に注目してみました。

⍰□ 次のような分配関数の足し算を考えてみる

$$Z_F = \int d\lambda Z(\lambda)$$

$$= \int d\lambda \langle f | T \exp\left(-i \int_0^\infty dt \hat{H} \right) | i \rangle$$

・ Z(λ)が通常の分配関数

・ λ はパラメータ (θ、宇宙項Λ、・・・)

もし最初の例の鞍点のような支配点が存在する場合、積分の結果得られるのは

$$Z_F \sim const \times Z(\lambda_0),$$

$$\lambda_0 : \mathrm{dominant\ point}$$

これは パラメータが λ_0 にfixされた世界!

主張: Z_F を出発点とすることで、
Fine tuning ↔□ 積分の支配点

この主張を確かめるには
Z(λ)の評価が必要。
その前に・・・

大切なコメント

分配関数のパラメータに対する積分というアイデア自体は、実は昔から存在

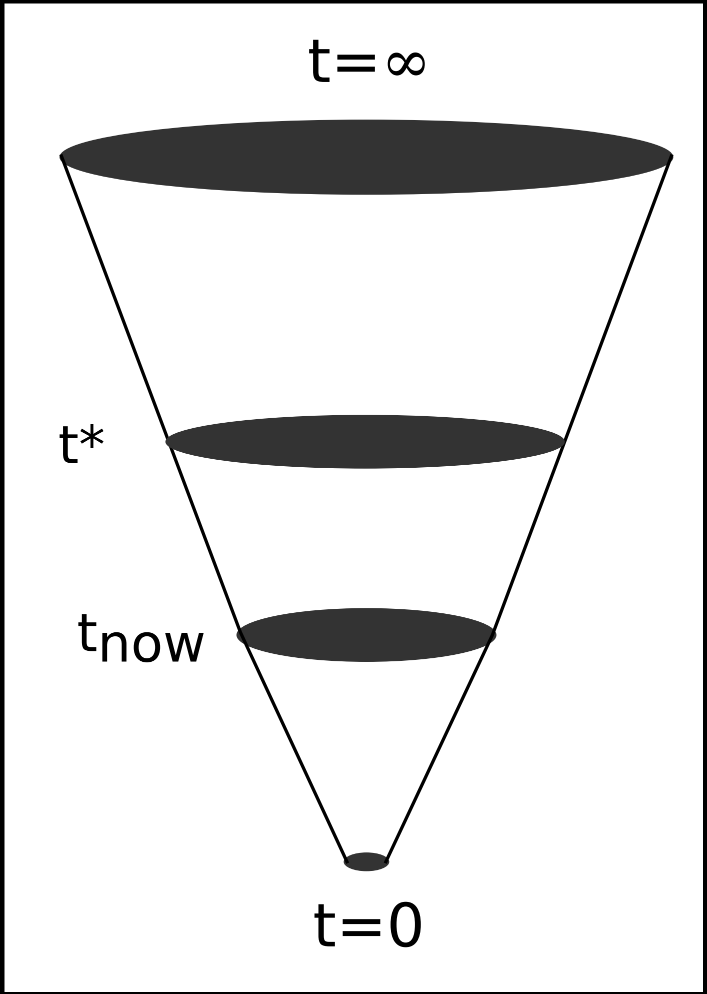
Coleman の wormhole理論

Nucl.Phys. B310 (1988) 643

プランクスケールのインスタントン効果から導出可能 (起源はちゃんとある)。

イメージ

宇宙は膨張している (宇宙項は正と仮定)



膨張の結果、十分時間が経てば必ず
vacuum energy
(宇宙項)
ε(λ) が優勢になる。

すなわち

$$T \exp\left(-i\int_0^\infty dt\hat{H}\right)|i\rangle$$
$$\simeq \exp\left(-i\epsilon(\lambda)\int_{t^*}^\infty V_3(t)\right)|\psi(t^*)\rangle$$

$V_3(t)$: volume of the universe

t^* : time at which $\epsilon(\lambda)$ dominates

$$Z_F \sim \int d\lambda \langle f|\psi(t^*)\rangle \exp\left(-i\epsilon(\lambda)\int_{t^*}^{\infty} dt V_3(t)\right)$$
$$= \int d\lambda f(\lambda) e^{-i\epsilon(\lambda)V_4}$$

これはまさに最初の例の形。
従って、支配点は ε(λ) で決まる。

いくつかの Fine-tuning 問題解決

1: Strong CP 問題

Vacuum energy density

$$\epsilon(\theta) \sim \Lambda_{QCD}^4 \cos\theta$$

鞍点 : θ=0,π

$$\Downarrow$$

$$Z_F \sim Z(\theta = 0) + Z(\theta = \pi)$$

θ=0である確率は1/2に!

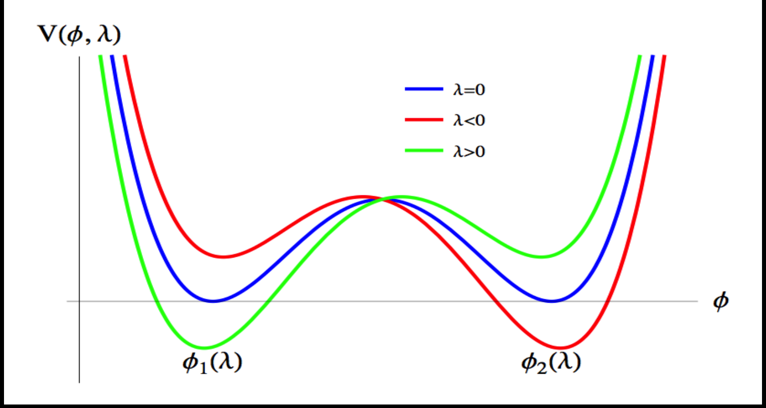
2: その他 (コメントのみ)

・宇宙項問題

→ 分配関数を Wheeler-Dewitt の場合に拡張することで示せる

・Multiple point criticality principle

→ 系の真空が縮退するようにパラメータがtuneされる



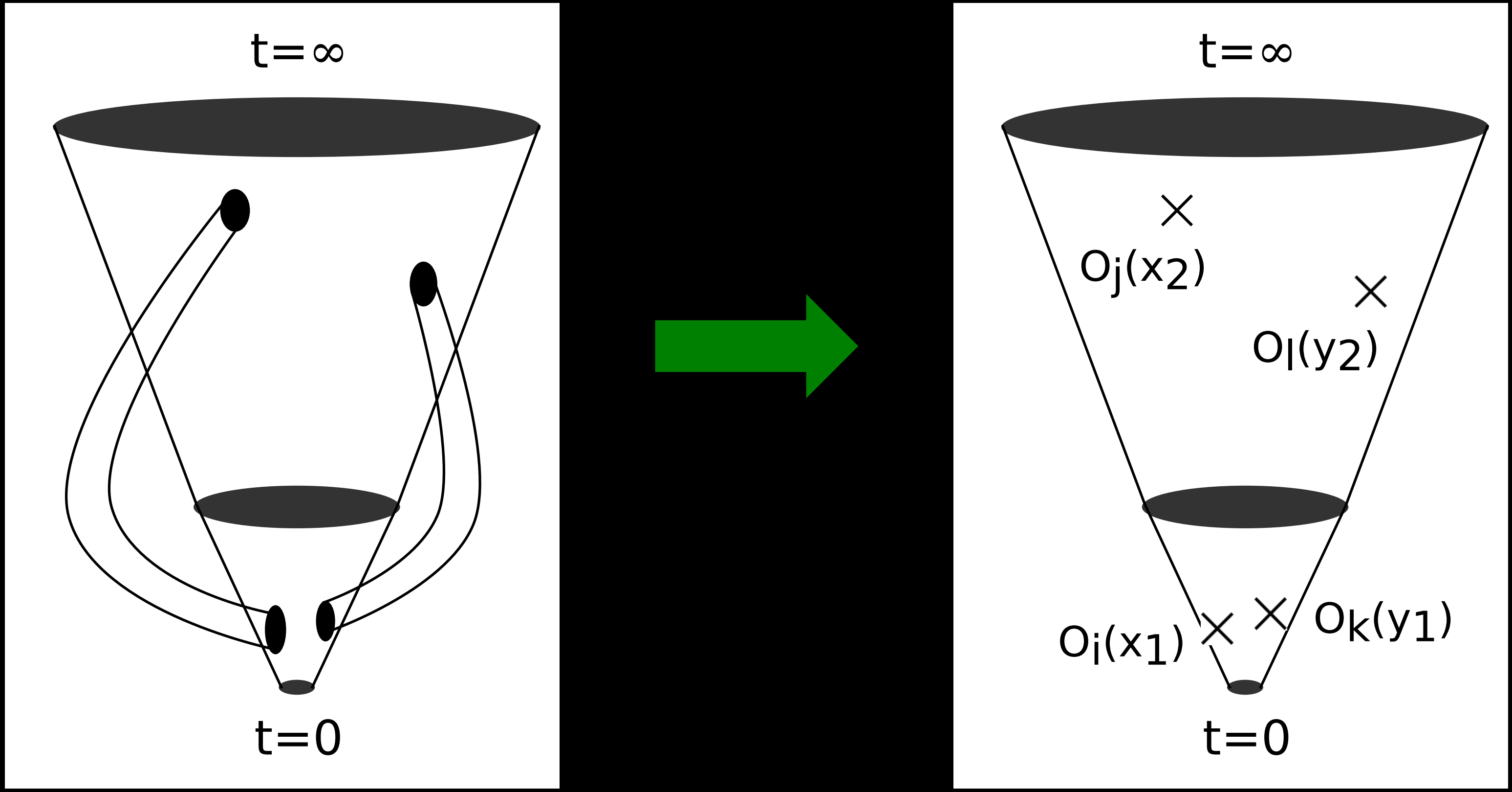
Summary

- 我々はFine-tuning の新しいメカニズムを作った
- それを用いて、いくつかの自然性問題が解決出来ることを見た
- 2次発散問題は？

ご清聴ありがとうございました。

Appendix A: ワームホール(インスタントン)効果

時空の異なる点はワームホールでつながることが可能。



その結果、経路積分にインスタトン因子がつく。

$$\delta Z = \int \mathcal{D}g\mathcal{D}\phi \left(\underbrace{ic_{ij} \int d^4x \mathcal{O}_i(x) \int d^4y \mathcal{O}_j(y)}_{:= \sum_{ij} c_{ij} S_i S_j} \right) e^{iS}$$

これを、すべてのワームホールについて足しあげると・・・

$$Z_M = \int \mathcal{D}g\mathcal{D}\phi \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (i \sum_{ij} c_{ij} S_i S_j)^n \right) e^{iS}$$

$$= \int \mathcal{D}g\mathcal{D}\phi \exp \left(iS + i \sum_{ij} c_{ij} S_i S_j \right)$$

足し上げにより、Non-local な作用が出る！
より一般には多数の足を持つワームホールが存在。

これらを全て足しあげると

$$Z_F = \int \mathcal{D}g\mathcal{D}\phi \exp\left(iS_M\right),$$

$$\text{where}$$

$$S_M := \sum_i c_i S_i + \sum_{ij} c_{ij} S_i S_j + \sum_{ijk} c_{ijk} S_i S_j S_k + \cdots$$

from 2 legs

from 3 legs

これを作用S_iについて フーリエ変換する

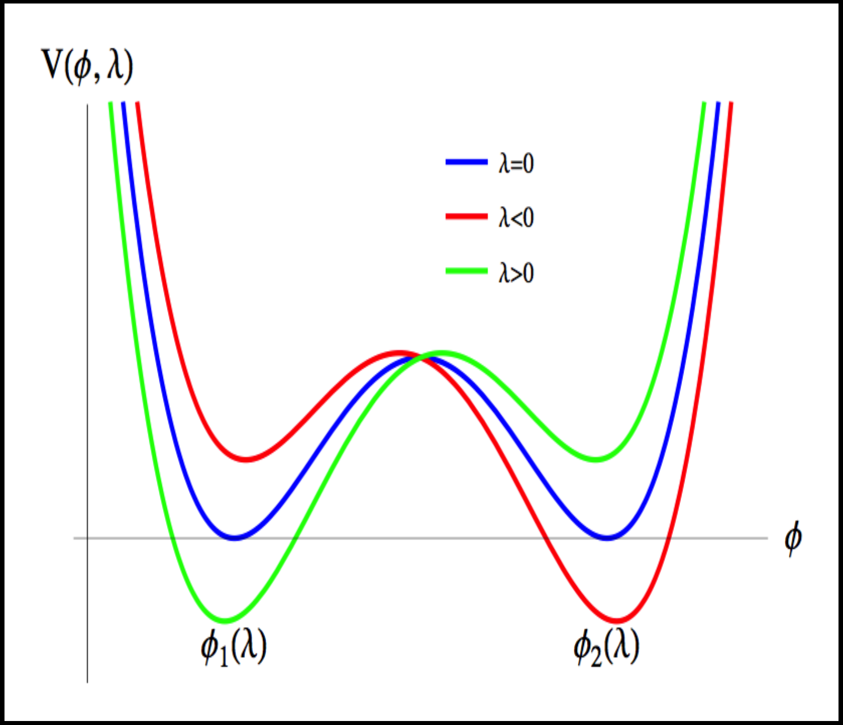
$$Z_F = \int \mathcal{D}g\mathcal{D}\phi \exp\left(iS_M\right)$$

$$= \int d\overrightarrow{\lambda} f(\overrightarrow{\lambda}) \int \mathcal{D}g\mathcal{D}\phi \exp\left(i\sum_i \lambda_i S_i\right)$$

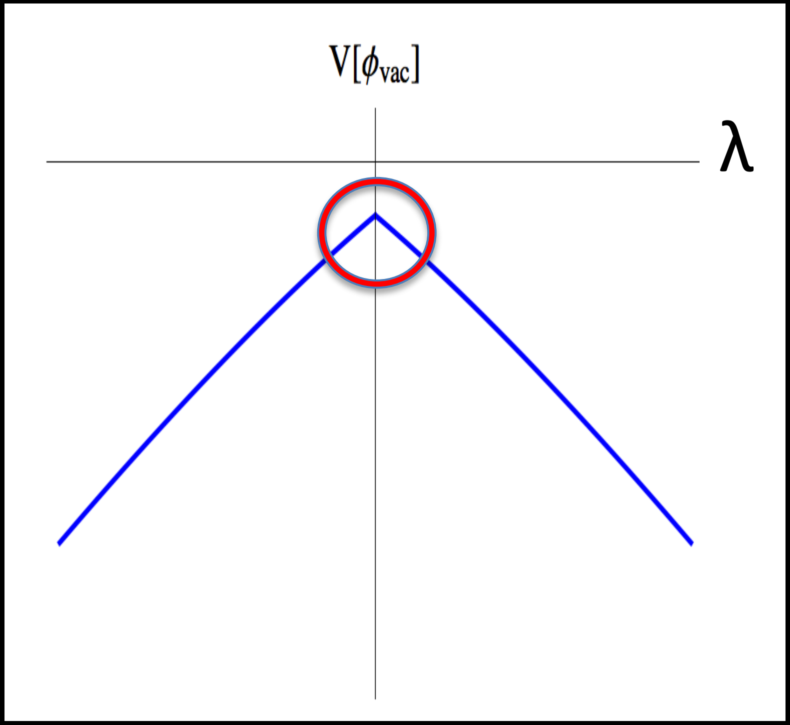
確かに分配関数のパラメータに対する積分となっている

Appendix B: Multiple point criticality principle

仮定: 系は2つの vacuum を持っているとする



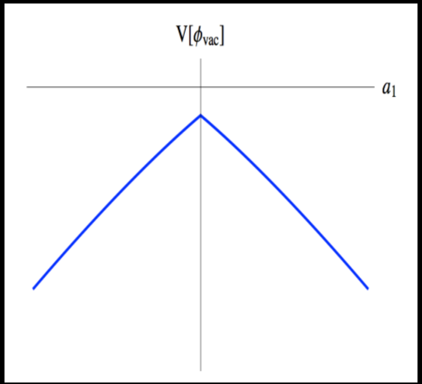
典型的なポテンシャルの図



パラメータλの関数としてのポテンシャルのminimum

ざっくり言うと、知りたいのは

$$\lim_{V_4 \to +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda e^{-iV_4 V(\phi_{\rm vac}(\lambda))}$$



◎数学公式◎

$g(x)$ が $x > 0$ でモノトニックな関数の時

$$e^{ikg(\lambda)}\theta(\lambda) \underset{k\to\infty}{\sim} \frac{i}{k}\left(\frac{dg}{d\lambda}\right)^{-1} e^{ikg(0)}\delta(\lambda)$$

$$\begin{aligned}\int_0^\infty d\lambda e^{ig(\lambda)k}F(\lambda) &= \int_{g(0)}^\infty dg \left(\frac{dg}{d\lambda}\right)^{-1} e^{ikg}F(\lambda=\lambda(g))\\ &= \left[\frac{e^{ikg}}{ik}\left(\frac{dg}{d\lambda}\right)^{-1} F(\lambda(g))\right]_{g(0)}^{\infty} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right)\\ &= \frac{i}{k}\left(\frac{dg}{d\lambda}\right)^{-1} e^{ikg(0)}F(\lambda)\bigg|_{\lambda=0} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right),\end{aligned}$$

Appendix C: 宇宙項問題

仮定

① 宇宙項が負の領域は考えない

(終状態がよく分からないので)

② 終状態は非常に大きな半径 a_∞を持つ宇宙

$$Z_M \sim \int_0^{+\infty} d\Lambda \langle a_\infty | \mathrm{Wheeler}; \Lambda \rangle \underset{\text{WKB 近似}}{\sim} \int_0^{+\infty} d\Lambda \exp\left(i M_{pl} a_\infty^3 \sqrt{\Lambda} \right)$$